



Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4-6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: boronkay@vac.hu



Levelező Matematika Szakkör

2014/2015. 1. feladatsor

5.-6. évfolyam

Ördögös számtan

Ha egy feladat nehéznek bizonyul annak két oka lehet:

- vagy nem érted jól a feladatot,
- vagy érted, de nincs ötleted, nem tudod, hogyan kell megoldani.

Vannak olyan megoldási praktikák, amelyek csak néhány feladat titkát tárják fel előtted. Aki azonban sok megoldási ötletet ismer azokon nehezen fognak ki a kicsit nehezebb „ördögös” feladatok. A továbbiakban ehhez szeretnénk néhány ötletet, segítséget adni a mintapéldákon keresztül.

Mintapéldák

1. Írj fel egy háromjegyű számot kétszer egymás mellé úgy, hogy egy hatjegyű számot kapj! Akárhogy választod meg a háromjegyű számot, a hatjegyű szám mindig osztható lesz 7-tel, 11-gyel, 13-mal és a háromjegyű számmal. Indokoljuk meg, miért van ez így? (Egy számról akkor mondhatjuk, hogy osztható egy másik számmal, ha az maradék nélkül megvan benne.)

Megoldás: A hatjegyű szám a háromjegyű szám 1001-szerese. (Pl.: 234-nek 1000-szerese: 234000, ehhez adjuk az egyszeresét: 234234.) Az $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, ezért ha egy számot 1001-gyel szorozzuk, akkor biztos osztható 7-tel, 11-gyel, 13-mal. (Természetesen más számmal is osztható, de ez számunkra most nem érdekes.)

2. Keresd meg azt a legkisebb természetes számot, amely 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel és 6-tal osztva mindig 1-et ad maradékkul és 7-tel osztható!

Megoldás: Először keressük meg azt a legkisebb természetes számot mely 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel és 6-tal is osztható. (Ezt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy 2-nek, 3-nak, 4-nek, 5-nek, 6-nak is többszöröse.) Ahhoz, hogy 5-nek többszöröse legyen 5-re vagy 0-ra kell végződnie. 2-vel csak a páros számok oszthatók. Ezekből következik, hogy 10 többszöröse között kell keresgélni. A 30 már 2-vel, 3-mal, 5-tel, 6-tal is osztható, de 4-gyel még nem, ha azonban a 2-szeresét vesszük már 4-gyel is osztható. A legkisebb ilyen szám a 60. (Ezt úgy is mondhatjuk, hogy 2-nek, 3-nak, 4-nek, 5-nek, 6-nak a legkisebb közös többszöröse a 60.) Ha 60-hoz és annak többszöröseihez: 120, 180, 240, 300, ... 1-et adunk az megfelel az egyik feltételnek. Már csak azt kell megtalálni, hogy ezek közül melyik osztható 7-tel? A legkisebb ilyen 7-tel osztható szám a 301.

3. Az első 15 pozitív egész számot összeszoroztuk. Hány 0 lesz a szorzat végén?

Megoldás: Ha az 5-öt páros számmal szorozzuk mindig 0-ra végződő számot kapunk. Ezért ahány 5-ös tényező van a szorzatban annyi 0 lesz a szorzat végén.

Az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 14 \cdot 15$ szorzatban három 5-ös tényező van, (ugyanis a $10 = 2 \cdot 5$, a 15 pedig 3-szor 5.) tehát három 0-ra fog végződni a szorzat.

Gyakorló feladatok

1. Bizonyítsd be, hogy egy négyjegyű számot kétszer egymás mellé írva olyan számot kapunk, amely 73-mal és 137-tel osztható.
2. Van-e olyan szám, amely 3-mal osztva 2-t, 4-gyel osztva 3-at, 5-tel osztva 4-et, 6-tal osztva 5-öt ad maradékul?
3. Hány 0 lesz a $10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25$ szorzat végén?
4. Egy új személygépkocsival 1 év alatt - ezresekre kerekítve - 23000 km-t tettek meg. Állapítsd meg pontosan, mennyit mutat a kilométeróra, ha a kilométerek száma osztható 7-tel, 9-cel és 19-cel!

Kitűzött feladatok

1. Igaz-e a következő állítás?
Ha egy négyjegyű szám két-két jegye egyenlő, akkor ez a szám osztható 11-gyel vagy 101-gyel.
2. A pozitív egész számokat 1-től 50-ig összeszoroztuk. Hány 0-ra végződik a kapott szorzat?
3. a) Van-e olyan szám, amely 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at, 6-tal osztva pedig 4-et ad maradékul?
b) Egy számról annyit tudunk, hogy 2-vel osztva maradékul 1-et, 3-mal osztva maradékul 2-t ad. Mennyi lesz a maradék, ha ezt a számot 6-tal osztjuk?
4. János bácsi a következőket mondja a gyerekeknek:
Gondoljatok egy háromjegyű számra (pl.: 674). Ezt írjátok le kétszer egymás mellé; így egy hatjegyű számot fogtok kapni (674674). Ezt a hatjegyű számot osszátok el 7-tel, maradék nem lesz. Megvan az eredmény? Jó! Akkor ehhez most adjatok hozzá 3146-ot, s amit kaptatok osszátok el 11-gyel, maradék most sem lesz. Kész? Akkor a kapott hányadost megint osszátok ezúttal 13-mal. Maradéknak ismét nem szabad lennie. Valóban nincs maradék? Akkor talán jól osztottatok. Mennyi az eredmény? A gyerekek megmondják. Abban a pillanatban János bácsi rávágja, hogy mi volt a gondolt szám. Hogyan találta ki?

Beküldési határidő: 2014.11.17

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.