



Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: boronkay@vac.hu



Levelező Matematika Szakkör

2014/2015. 1. feladatsor

5.-6. évfolyam

Százalékszámítás

Gyakran hangzik el a kérdés matematika órán, na, és hol fogom ezt használni? Mire jó, hogy ezt most tudom? A következő feladatok témaköre a hétköznapi életünkben az egyik leginkább jelenlévő összefüggésekkel foglalkozik, a százalékszámítással.

Ebédelés közben hangzott el az éppen első osztályos fiamtól a kérdés, akinek nyilván még fogalma sem volt a matematikai összefüggésekről, hogy ha a pohár 12 %-a tejföl, akkor mi a többi? Gyakran látunk árleszállításokat, ahol nagyon kedvező ajánlatokkal csábítanak bennünket, az ételek összetevőit vizsgálgatva is % jeleket látunk. A bankba tett pénzünk valahány százalékkal kamatozik, és a felvett hitelünk is lényegesen nagyobb, mire visszafizetjük, bizonyos százalékkal vehetünk fel kölcsönt.

A százalékszámítás az arányos mennyiségekkel kapcsolatos problémakörből alakult ki. Gondoljunk arra a szituációra, mikor össze kell hasonlítani, ki volt hatékonyabb? Az, aki egy nap alatt a 485 oldalas könyvből elolvasott 130-at, vagy az, aki a 450 oldalas könyvből elolvasott 120-at? Ezt így nehéz lenne eldönteni. (A választ a mintapéldák között találhatjuk.)

A számítási módszerek ismeretében könnyebben tudunk eligazodni döntési helyzetben, nem kell feltétlenül elhinnünk a vonzónál vonzóbb ajánlatokat.

Nézzük a százalékszámítás összefüggéseit:

A **százalék** a racionális számok (általában arányok) felírásának olyan alakja, amely a szám értékét századokban adja meg, tulajdonképpen az $\frac{x}{100}$ alakú törtek egyszerűbb alakja. Pl. 12% $\frac{12}{100}$ részt jelöl, jelölésére a százalékjel (%) szolgál, mely azonban nem mértékegység, hanem az $\frac{1}{100}$ szimbóluma. (A % jelben felfedezhető a törtvonal, és a 100-as számjegyben szereplő 2 nulla is). Az $\frac{x}{100}$ tört tehát x% formában is felírható. Például $0,12 = \frac{12}{100} = 12\%$

A százalékszámításban **alap** az a mennyiség, aminek a valahány százalékát vesszük; **százalékláb** a százalékban megadott érték, és **százalékérték** az a mennyiség, ami az alaphoz valahány százaléka.

Például, ha 200-nak vesszük a 25%-át, akkor az 50 lesz. Itt 200 az alap, 25 a százalékláb, és 50 a százalékérték. A százalékérték (É) megkapható úgy, hogy összeszorozzuk az alapot (A) és a százaléklábat (p), és osztunk 100-zal.

$$É = \frac{A \cdot p}{100}$$

Az emelések hozzáadódnak, a csökkentések levonódnak. Például, ha valaminek az ára 10%-kal nő, akkor az új ár a régi 110%-a; ha az ár 10%-kal csökken, akkor az új ár a régi 90%-a. Ha

többször változik egy mennyiség, akkor ezek a mennyiségek összeszorzódnak, mivel az újabb változás már az előző megváltozással kapott összegre vonatkozik. Például, ha az ár először 10%-kal növekedik, majd 10%-kal csökken, akkor a végső ár az eredetinek $(100\%+10\%)\cdot(100\%-10\%) = 110\%\cdot90\% = 1,1\cdot0,9 = 0,99 = 99\%$ -a lesz. A szorzás tényezői felcserélhetőek, ezért a végeredmény nagysága nem függ a változások sorrendjétől.

Mintapéldák

1. a) 56000 Ft-os kerékpárt árleszállításkor 15%-kal olcsóbban adnak. Mennyiért?
A kerékpár még így is raktáron maradt, ezért a végkiárusításon újból leértékelték 8 %-kal.
- b) Mennyiért árulták így?
- c) Hány százaléka ez az eredeti árnak?
- d) Hány százalék összesen az engedmény?

Megoldás:

a) A százaléértéket keressük, valamint az ár 15%-át elengedik, tehát $100-15=85$, 85 %-át kell kifizetnünk. Így $\frac{56000\cdot85}{100} = 47600$, azaz 47600 Ft-ért árulták a kerékpárt.

b) Most a 47600 Ft 92%-át kell kiszámolnunk: $\frac{47600\cdot0,92}{100} = 43792$, tehát a kerékpárt 43792 Ft-ért árulták.

c) A százaléklábat keressük: $p = \frac{100\cdot43792}{56000} = 78,2$, tehát az eredeti ár 78,2 %-a.

d) Az engedmény összesen $100-78,2=21,8$, tehát az eredeti ártól 21,8%-kal olcsóbb, az engedmény 21,8%.

2. Mekkora összeget kap két év múlva az, aki most köti le 50.000 forintját fix éves 12 %-os kamatra?

Megoldás: a százaléértéket keressük. Az első év után $100\%+12\%=112\%$ -a lesz a pénze az eredeti összegnek, vagyis $50000 \cdot 1,12 = 56000$ forintja lesz, a következő év elején ez az összeg képezi az új alapot, ezért a második évben $56000 \cdot 1,12 = 62720$ forintja lesz. Ezt egyből is kiszámolhattuk volna: $50000 \cdot 1,12 \cdot 1,12 = 50000 \cdot 1,12^2 = 62720$

3. Anyagvesztéssel kapcsolatos feladatok

- a. 35m^2 alapterületű helyiséget szeretnénk burkolni, a vágások miatti anyagvesztésünk 8%. Mennyi anyagot vásároljunk, hogy elegendő legyen? Ez hány százalékkal több, mint amire valóban szükségünk van?

Megoldás: A százaléérték a 35m^2 , keressük az alapot, ennek 92%-a a 35m^2 . Tehát $\frac{35}{0,92} = 38$, így 38 négyzetmétert elegendő vásárolnunk. Ez a 35 négyzetméternek 1,086 százaléka, tehát 8,6 százalékkal kell többet vásárolnunk.

(A gyakorlatban a mesterek általában úgy számolnak, hogy a tiszta alapterület 1,1-szeresét veszik, a veszteséget így kalkulálják. Ez esetünkben $38,5\text{m}^2$ lenne, tehát többet kellene vásárolnunk ezzel a módszerrel.)

- b. Ajándékunkat díszdobozba szeretnénk csomagolni, amit magunk készítünk el. A doboz felszíne $3,2dm^2$, az összeillesztések miatt 4%-kal többet vásárolunk. Hány dm^2 kartonra van szükségünk egy doboz elkészítéséhez? A hulladék hány százaléka a megvásárolt mennyiségnek?

Megoldás: az alap most $3,2dm^2$, ezt 1,04 %-kal kell szoroznunk. Így $3,328dm^2$ kartonra van szükségünk az elkészítéshez. A hulladék így $3,328dm^2 - 3,2dm^2 = 0,128dm^2$. A megvásárolt mennyiség $\frac{0,128}{3,328} = 0,038$ azaz 3,8%-a a hulladék.

4. Összekeverünk 350g 16%-os és 650 g 8%-os cukor-oldatot. Hány százalékos lesz a keverék?

Megoldás: elkülönítjük, hogy az oldatban mennyi a cukor összesen és mennyi a víz. A 350g 16%-a cukor, ez összesen 56 g. A 650g 8%-a 52 g. Így a 650 g+350 g=1000 g oldatban 56 g+52 g =108 g cukor van. Ezek szerint $\frac{108}{1000} = 0,108$ azaz 10,8%-os cukoroldat keletkezett.

A bevezetőben feltett kérdésre könnyen válaszolhatunk, ha azt kérdezzük, melyik nagyobb? 130-nak a 485-öd része, vagy 120-nak a 450-ed része? Az értékek és az alapok hányadosa a százaléklábat adja, amelyik nagyobb, ott jobb a teljesítmény. Nem is csoda, hogy első ránézésre nem tudtunk válaszolni, hiszen $\frac{130}{485} = 0,268$ és $\frac{120}{450} = 0,267$. A különbség nagyon kicsi, de aki 130 oldalt olvasott, már nagyobb hányadát olvasta el.

Gyakorló feladatok

1. Mekkora összeget helyezzen el a 2 éves futamidejű évi 0,8 % kamatozású takaréklevélbe az, aki a második év végén 500.000 Ft-ot akar kapni?
2. A mosogatógép 150000 forintba kerül. Kifizetjük az ár 40%-át, majd 12 hónapon keresztül havi 8000 forintot. Hány százalékkal fizettük túl a mosogatógép árát?
3. Az éves tervünket 4 %-kal csökkentették. Ezt a csökkentett tervet mi 104%-ra teljesítettük. Hány %-ra teljesítettük az eredeti tervet?
4. A szőlő 80%-a víz. A szőlő szárításával készülő mazsola 10%-a víz. Hány kg mazsola lesz 10 kg szőlőből? Hány kg szőlőből lesz 10 kg mazsola?

Kitűzött feladatok

1. Túrós pogácsa készítéséhez szükséges vaj, liszt és túró tömegének aránya 7:6:7. Mennyi liszt szükséges 40 dkg pogácsa elkészítéséhez, ha sütés után a pogácsa tömege 20%-kal kevesebb a nyers tészta tömegénél?
2. Egy erdő faállománya $35000m^3$ A mindenkori állomány évenként 3%-kal gyarapszik, és kétévenként a meglévő állomány 2 %-át kivágják. Mennyi fa lesz az erdőben 20 év múlva?
3. 50 m széles, 200m hosszú szerelőcsarnokot szeretnénk burkoltatni, a burkoló anyag 45 cm x 45 cm méretű. Akciós terméket vásárolunk, melynek 2 %-a selejt. A lapok között 0,5 cm fűgával számolva, hány négyzetméter anyagot vásároljunk? Mennyibe fog kerülni a burkolóanyag, ha 6500 Ft négyzetméterre? Hasonlítsuk össze az így kapott mennyiséget a mester ajánlatával, aki az anyagmennyiséget az alapterület 1,1-szeresével számolta ki! Válaszoljunk az ajánlatára!
4. Összekeverünk 200g 50%-os, 400g 25%-os és 150g 20%-os sóoldatot. Elhasználunk belőle 150g-ot, és tiszta vízzel pótoljuk. Milyen töménységű most az oldat?

Beküldési határidő: 2014.11.17

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.