Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

EN ISO 9001 : 2000

Levelező Matematika Szakkör ***2014/2015.2. feladatsor***
7.-8. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1. *Mutassuk meg, hogy 1111112111111 szám összetett!*

   A szám összetett, ha kettőnél több különböző pozitív osztója van. A 1111112111111 felírható 1111111000000+1111111 összeg alakban, mely szorzattá alakítható: 1111111(1000000+1). Így az eredeti szám biztosan osztható 1-en és önmagán kívül 1111111-el és 1000001-el, tehát összetett szám.

2. *Mutassuk meg, hogy* $2014^{2014} + 2013^{2013} + 1$*összetett szám!*

   Ha az összeg paritását vizsgáljuk, akkor észrevehető, hogy a szám páros, hiszen egy páros és két páratlan szám összegeként áll elő.
   Az indoklás úgy is megadható, ha a szám végződését vizsgáljuk. A 4-re végződő számok páratlan hatványai 4-re, páros hatványai 6-ra végződnek. Az első tag így 6-ra végződik. A 3-ra végződő számok hatványai rendre 3, 9, 7, 1 számokra végződnek, így az a kérdés, 2013-at 4-el osztva milyen maradék keletkezik. $2013 = 503 \cdot 4 + 1$, a maradék tehát 1. A második tag így 3-ra végződik. Az összeg tehát 6+3+1=10, tehát 0 lesz a vége, ez a szám tehát összetett.

3. *Mutassuk meg, hogy* $2016^{2016} - 2014^{2014}$*osztható 2015-tel!*

   $2016^{2016} = (2015 + 1)^{2016}$. A hatvány alakban 2016 tényező van, melyeket ha összeszorozzuk, egyetlen tagot kapunk, melyben nem szerepel tényezőként 2015, ez az 1. Így 2016^{2016} 2015-tel osztva 1-et ad maradékul. Hasonlóan: $2014^{2014} = (2015 - 1)^{2014}$, így egyetlen tagot kapunk, melyben nem szerepel tényezőként 2014, ez a $(-1)^{2014} = 1$. A két maradékot kivonva 2015-tel osztható számot kapunk.

4. *Lehet-e* 2001^{2001}+2002^{2002}+2003^{2003}*négyzetszám?*

   A végződéseket vizsgálva elegendő megmutatni, hogy nem olyan számra végződik, melyekre a négyzetszámok végződhetnek. A mintapélda alapján ezek a 0,1,4,5,6,9 számjegyre végződhetnek a négyzetszámok. Az 1-re végződő számok hatványai 1-re végződnek, ezért2001^{2001}1-re végződik. A 2-re végződő számok hatványai növekvő sorrenben 2,4,8,6-ra végződhetnek, ezért azt kell megfigyelni, a 2002. hatvány mire végződik. 2002=4 $\cdot$ $500 + 2$, ezért a 2002^{2002} 4-re végződik. A 3-ra végződő számok htványai rendre 3, 9,7,1 -re végződnek. 2003=4 $\cdot$ $500 + 3$, a maradék 3, ezést 7-re végződik a szám. A végződéseket összeadva 1+4+7=12, a szám tehát 2-re végződik, ezért nem lehet négyzetszám.