Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

EN ISO 9001 : 2000

Levelező Matematika Szakkör **2014/2015. 3. feladatsor**
5.-6. évfolyam

Bűvös síkidomok

Matematikában gyakran találkozhattatok már „bűvös" négyzettel, melyben a számokat valamilyen szabály szerint kellett elhelyezni. Léteznek különböző bűvös négyzetek, háromszögek, körök, stb. Ezek közül néhányat bemutatunk, melyekhez hasonlót ti is alkothattok.

Bűvös négyzetet úgy készíthetünk, ha egy négyzetet az oldalaival párhuzamos egyenesekkel bizonyos számú sorra és ugyanannyi oszlopra osztunk fel. Ezt a négyzetet úgy töltjük ki számokkal, hogy minden sorban, oszlopban és az átlók mentén is ugyanannyi legyen a számok összege. A bűvös négyzet sorainak (ill. oszlopainak) számát a bűvös négyzet **rendszám**ának nevezzük. A sorok, az oszlopok, valamint az átlós számok összege a **bűvös állandó.**

Tekintsük az alábbi **harmadrendű** bűvös négyzetet, melybe 1-től 9-ig írtuk be a számokat!

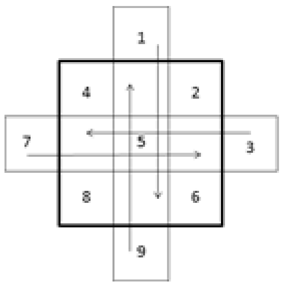
6	7	2
1	5	9
8	3	4

A **bűvös állandó:** a korábban mutatott Gauss-módszerrel: $(1+9)\cdot 9 : 2 = 45$; 45 : 3 = **15**.

Mintapéldák

1. Készítsünk harmadrendű bűvös négyzetet az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 számokból!

Megoldás:



4	9	2
3	5	7
8	1	6

a) *Felvesszük a 3x3-as négyzethálót, melyet 4 kis négyzettel egészítünk ki az ábrán látható módon. Ebben átlós irányban felírjuk a számokat hármasával.*

b) *A „kívül rekedt" 4 számot eltoljuk a szemközti oldalig, azaz 3 hellyel a saját sorában vagy oszlopában. A megoldást a jobb oldali rajz mutatja.*

2. Hány különböző bűvös négyzet készíthető az 1, 2, 3, … 8, 9 számokból?

   <u>*Megoldás:*</u>

   A bűvös állandót, a 15-öt állítsuk elő minden lehetséges módon!
   1 + 5 + 9; 2 + 4 + 9, 3 + 4 + 8; 4 + 5 + 6;
   1 + 6 + 8; 2 + 5 +8; 3 + 5 + 7;
   2 + 6 +7;
   Láthatjuk, hogy az 5-ös szám négyszer szerepel. Ez kerül minden összeállításban középre. A sarokmezőkre kerülő számoknak háromszor kell szerepelniük. (Egy sorban, egy oszlopban és egy átlóban.) Háromszor fordul elő a 2; 4; 6; 8 szám. Közülük a bal felső sarokba bármelyiket beírhatjuk, ez négyféle megoldást jelent. A jobb alsó sarokba így már csak egy meghatározott szám kerülhet. A másik két fennmaradó számot a két fennmaradó sarokba kétféleképpen helyezhetjük el. Ez esetenként két-két megoldás. Összesen tehát 4 · 2 = 8 megoldás van.

3. A 4x4-es bűvös négyzetet negyedrendűnek mondjuk. Ilyen található a világhírű magyar származású német festő, DÜRER (1471-1528) Melancholia című metszetén is, melynek utolsó sorában még készítésének éve is megtalálható (1514).
   Ebben a sorok, az oszlopok, valamint az átlós számok összege 34. Ez a bűvös állandó.
   Készítsünk bűvös négyzetet az 1; 2; 3, … ; 16 természetes számokból!

   <u>*Megoldás:*</u>

   A feladatot 3 lépésben hajtjuk végre.
   a) *Elkészítjük az ábrán látható segédnégyzetet.*
   b) *A számokból csak azokat hagyjuk meg, amelyek mezőin valamelyik átló áthalad.*
   c) *Az elhagyott számokat a (2) ábra üres négyzeteibe, a nagy négyzet középpontjára tükrözve írjuk be.*

(1)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

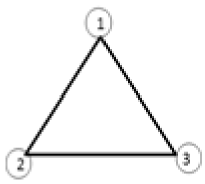
(2)

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

(3)

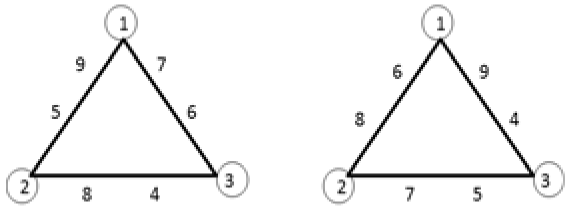
1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

4. Készítsünk bűvös háromszöget! Írjuk a három csúcsához az 1, 2 és a 3 számokat! A 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat párosával írjuk úgy a háromszög oldalaira, hogy a csúcsokat is beleszámítva, minden oldalon 17 legyen a számok összege.

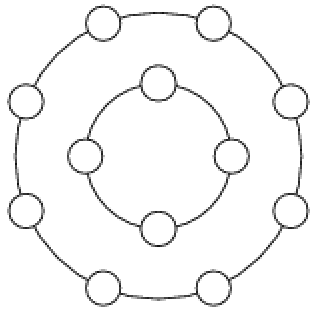


   <u>*Megoldás:*</u>

   1-től 9-ig a számok összege 45. A 3 · 17 = 51-ből úgy lesz 45, hogy a csúcsokon levő számok összegét (6-ot) elvesszük, hiszen ezek kétszer szerepelnek. Az egyik oldalon 14, a másikon 13, a harmadikon 12 kell legyen a keresett két szám összege. A 14 = 9 + 5, vagy 8 + 6; a 13 = 9 + 4, vagy 8 + 5, vagy 7 + 6; a 12 = 9 + 3, vagy 8 + 4, vagy 7 + 5. Ezekből két megoldás adódik:

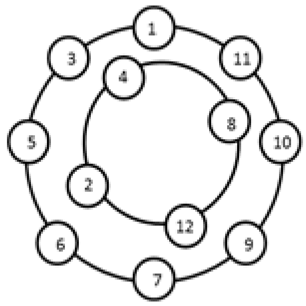


5. Az 1-től 12-ig terjedő számokat írjuk be az ábrán látható kis körökbe úgy, hogy a külső körön levő számok összege kétszerese legyen a belső körön levő számok összegének és belülre csak páros számok kerüljenek!



<u>*Megoldás:*</u>

1-től 12-ig terjedő számok összege: (1+12) ˙ 12 : 2 = 78. Ahhoz, hogy a külső körön a számok összege kétszer annyi legyen, mint a belső körön lévő számok összege, a 78-at három részre kell osztani. Így egy rész: 78 : 3 = 26. Ezért a belső körön a számok összege 26, a külső körön pedig ennek kétszerese, vagyis 52 kell, hogy legyen. A belső körre így írhatjuk például: 2; 12; 4; 8 számokat. A többi szám kerül a külső körre.

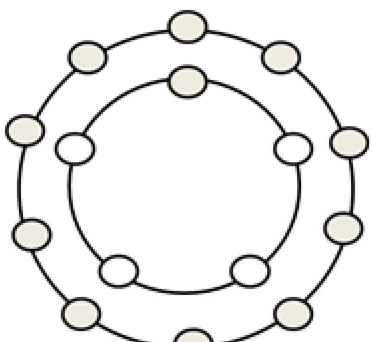


<u>Gyakorló feladatok</u>

1. Írd fel a 2. mintapélda felhasználásával a 8 db bűvös négyzetet.

2. Készíts 1, 2, …, 8, 9 számok felhasználásával bűvös háromszöget, úgy, hogy minden oldalon 20 legyen a számok összege!

3. Az 1 – 15-ig terjedő számokat helyezd el az ábrán látható körökbe úgy, hogy a külső körön levő számok összege háromszorosa legyen a belső körön lévőknek!



Kitűzött feladatok

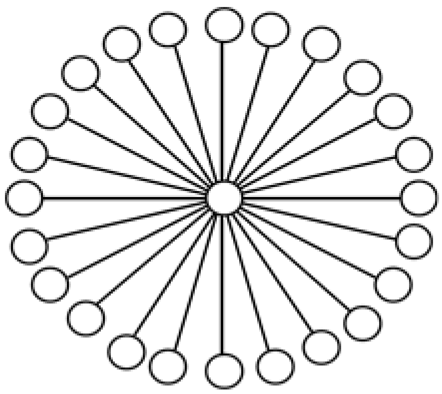
1. Indulj ki az 1. sz. mintapélda bűvös négyzetéből! Hajtsd rajta végre a következő átalakításokat!
   a) Minden eleméhez adj hozzá kettőt!
   b) Minden eleméből vonj le hármat!
   c) Minden elemét szorozd meg néggyel!
   d) Minden elemét szorozd meg önmagával!
   Mely esetekben kaptál bűvös négyzetet?

2. Az alábbi táblázatot egészítsd ki 1-től 16-ig terjedő számokkal, hogy bűvös négyzetet kapj!

10		3	
1		12	
15		6	

3. Egy bűvös háromszögben 1, 2, 3, …, 8, 9 szám szerepel. A csúcsokra a legnagyobb három számot (7, 8, 9) írjuk. A többi számot helyezzük párosával az oldalakra úgy, hogy mindhárom oldalon a számok összege megegyezzen. Mennyi ez az összeg?

4. A rajzon látható 25 körbe írjátok be 1-25-ig a természetes számokat úgy, hogy minden átlón 39 legyen a számok összege!



Beküldési határidő: **2015.02.01**
Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.