



Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: boronkay@vac.hu



Levelező Matematika Szakkör

2014/2015. 5. feladatsor

7.-8. évfolyam

Függvények

Feladatok elvégzése közben sokkal gyakrabban használjuk a függvény fogalmát, mint gondolnánk. Sokszor nem mondjuk ki, hogy valójában függvény értéket számolunk, értelmezési tartományt vizsgálunk, a függvény jellemzőit, pl. szélső értékét használjuk fel egy feladat megoldása során. A következőkben olyan feladatokat oldunk meg, melyekben valamilyen módon szükség lesz a függvény fogalmára, adott függvény tulajdonságaira.

Függvényen két adott halmaz (A és B) közötti olyan hozzárendelést értünk, melyre teljesül, hogy az egyik halmaz (A) minden eleméhez pontosan egy elemet rendelünk a másik halmazból (B). Az A halmazt a függvény értelmezési tartományának, a B halmazt a függvény képhalmazának, a hozzárendelésben felhasznált elemeket érték készletnek nevezzük.

Az A és B halmazok lehetnek számhalmazok, de lehetnek ponthalmazok is. Az értelmezési tartomány elemeit szokás független változónak is nevezni.

Mintapéldák

1.

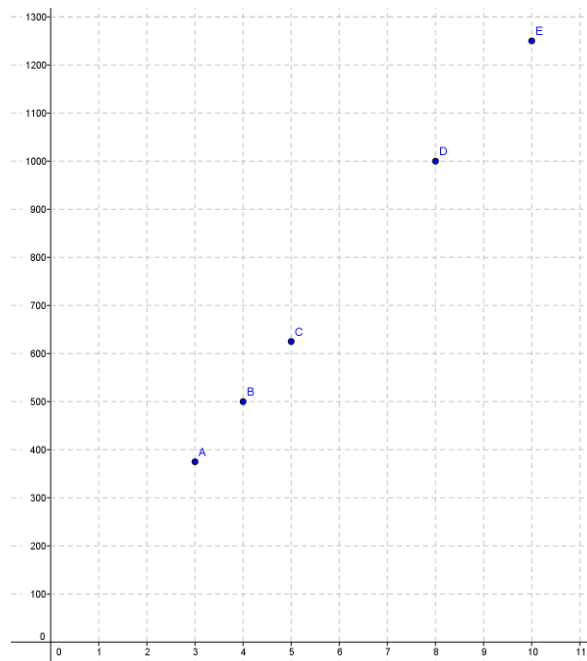
- a. Gyerekzsúrra szeretnénk kicsi dobozos üdítőket vásárolni, darabját 125 Ft-ért. Mennyit fizetünk, ha 3, 4, 5, 8, 10 gyermekre számolunk, gyerekenként egy-egy dobozt?

Az adatokat táblázatba rendezve:

x	3	4	5	8	10
f(x)	375	500	625	1000	1250

A feladatban akkor is függvényekkel dolgozunk, ha nem készítünk táblázatot, hanem egyszerűen a darabszámot megszorozzuk a 125 Ft/db árral. A számolásnál az egyenes arányosság $f(x)=125x$ függvényét használtuk, egy változó van, az x , $f(x)$ pedig a függvény helyettesítési értéke. A függvény értelmezési tartománya jelen esetben a $\{3; 4; 5; 8; 10\}$ halmaz, értékészlete a $\{375; 500; 625; 1000; 1250\}$ halmaz. Legkevesebbet fizetni 3 db vásárlása esetén kell, a minimuma a függvénynek $x=3$ -ban van, értéke 375. Legtöbbet 10 db esetében fizetünk, ez 1250 Ft.

Gyakran találkozunk különböző grafikonokkal, ilyenkor egy függvényt próbálunk ábrázolni. Lentebb láthatjátok az első mintafeladat ábrázolását. A vízszintes tengelyen jelenítjük meg a gyerekek számát, a függőlegesen pedig az üdítő árát. A független változó és a hozzátartozó helyettesítési érték egy pont két koordinátája, amit kaptuk, az pedig a függvény grafikonja.



Grafikonból sokféle létezik, mindig az a feladatunk, hogy kiolvassuk az összetartozó számpárokat, vagyis a képből kell meghatároznunk a függvényt, esetleg más értékeket kell leolvasnunk.

Példa: Az alábbi grafikon egy nyelvtan dolgozat eredményeit mutatja. A grafikonról le tudjuk olvasni az összetartozó párokat, az értelmezési tartományt és az értékkészletet.



x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	3	2	6	4

De azt is meg tudjuk mondani, hogy hányan írták meg a felmérőt, ki tudjuk számolni az átlagukat, láthatjuk, hogy a legtöbben négyes dolgozatot írtak.

Egy probléma lehet több változós is:.

- b. Határozzuk meg a téglalap területét az oldalak ismeretében!

Ebben a feladatban két független változó is van, hiszen a jól ismert terület képletében: $t(a, b) = a \cdot b$ is függvény. Ha nem térünk ki az értelmezési tartományra, akkor mindig az a legbővebb halmaz az értelmezési tartomány, ahol az adott műveletek elvégezhetőek, ill. a

feladat tartalma megengedi. Esetünkben az értelmezési tartomány és az érték készlet is a pozitív valós számok halmaza, hiszen a szakasz hossza nem lehet negatív. Nézzük néhány érték esetében:

a	5	2,6	24	0.25
b	3	6,2	1	4
t(a,b)	15	16,12	24	1

- c. Sok adat kezelésénél segít, ha elkészítjük a problémát leíró képletet, és mindig az aktuális adatokkal számoljuk ki. Ilyenkor a függvény hozzárendelési szabályát készítjük el, majd az aktuális helyettesítési értéket határozzuk meg, egy egyszerű behelyettesítéssel. Ilyenkor a problémának megfelelően több változót is használhatunk.

Egy társaság pizzát rendel. Négy féle pizzából választanak, sajtos (950 Ft), gombás (900 Ft), csirkés (1200 Ft) és magyaros (1100 Ft) közül. Írjunk hozzárendelési szabályt, mennyibe kerül egy rendelés, ha s a sajtos, g a gombás, c a csirkés, m a magyaros pizzák darabszámát jelöli!

A jelölés szokatlannak tűnik, de valóságban négy változóról van szó, a hozzárendelési szabályunk felírható ezek segítségével:

$$f(s, g, c, m) = 950 \cdot s + 900 \cdot g + 1200 \cdot c + 1100 \cdot m$$

Ha pl. 3-an rendelnek gombásat, 4-en sajtosat, 2-en csirkésat, 3-an magyarosat, akkor :

$$f(4,3,2,3) = 950 \cdot 4 + 900 \cdot 3 + 1200 \cdot 2 + 1100 \cdot 3 = 12200$$

2. Vannak feladatok, mikor a függvény felvett értékeit, az érték készletet vizsgálva tudjuk a problémát megoldani.

- a. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$|x + 4| + |2x - 7| = -2$$

Mivel az abszolútérték-függvény csak nemnegatív értékeket vehet fel, a baloldalon szereplő összeg nem lehet negatív. Az egyenletnek tehát nem lehet megoldása a valós számok halmazán.

- b. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$|3 - 2x| \cdot (2y + 6)^2 \geq 0$$

Az abszolútérték és a másodfokú-függvény értékészletét vizsgálva az $x = \frac{3}{2}$; $y = -3$ számpárra a szorzat 0, minden más értékre pozitív, tehát minden valós számpár megoldása az egyenletnek.

Gyakorló feladatok

1. A matematika szakkör tagjai a nyári vízi túra után összeszámolták, kinek hány szűnyogcsípése volt, s ezt grafikonon szemléltették. Otthon aztán a szakkör vezetője megkérdezte, a szakkör melyik 2 tagja nem ment el a túrára. Hányan járnak a szakkörre?

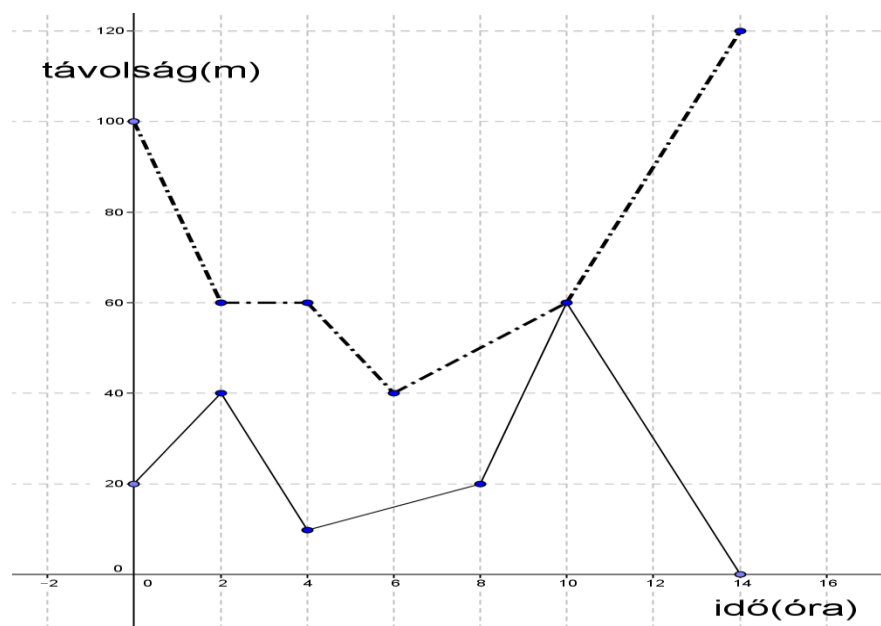


2. Összeragasztottunk 3 kockát, melyeknek oldalai legyenek x ; $\frac{1}{2}x$; $\frac{1}{3}x$. Határozd meg az összeragasztott test térfogatát! Készíts függvényt, mely az oldalak hosszához az összeragasztott test térfogatát rendeli! Határozd meg a térfogatot, ha a kocka oldalait a $\{2; 3; 4; 6\}$ halmazból választhatod! (A függvény értelmezési tartománya a $\{2; 3; 4; 6\}$ halmaz, mi az értékkészlete?)
3. Oldd meg az egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$|2x - 6| \cdot (x - 3)^2 + |3x - 9| \leq 0$$

Kitűzött feladatok

1. Az alábbi grafikonon azt ábrázoltuk, hogy éjfél-től délután kettőig milyen magasra mászott föl két csiga egy almafára. A szaggatott vonal mutatja Csiga Zsiga, a folytonos Csiga Lala mozgását. Kiinduláskor pont egymás fölött voltak, és csak föl-le mozogtak, a törzsön körbe nem.



A grafikon segítségével határozd meg:

- (a) milyen messze voltak egymástól délben,
- (b) hánykor találkoztak,
- (c) mikor voltak egymástól a legmesszebb,
- (d) mikor voltak egymáshoz a legközelebb.

2. Oldd meg az egyenletet, ha x, y valós számok!

$$|3 - 4x| \cdot (x + 2)^2 + |3y + 6| = 0$$

3. Vacsora után, amikor még együtt ült a család az asztalnál, Matek Jani megkérte szüleit, hogy gondoljanak egy-egy számra 1-től 9-ig. Anyjától azt kérte, hogy az általa gondolt számot vonja ki 11-ből és szorozza meg 60-nal, apjától pedig azt, hogy az általa gondolt számot szorozza meg hárommal. Ezután elővett 5 kártyát, amelyeken egy-egy szám volt 1-től 5-ig, és megkérte a kishúgát, hogy válasszon közülük egyet, úgy, hogy ő ne lássa, majd megkérte a szüleit, hogy az előzőleg kapott eredményeiket adják össze, az eredményből vonják ki a húga által választott számot és a szülők gondolt számai összegének a 10-szeresét, majd a kapott számhoz adjanak hozzá 110-et, és mondják meg az eredményt.

- a) Ha az apa gondolt számát a -val, anyáét b -vel, a választott kártyán lévő számot pedig c -vel jelöljük, akkor milyen összefüggéssel tudjuk felírni a végeredményként kapott számot?
- b) Mi a három szám, ha az eredmény 646?
- c) Jani a végeredmény alapján megmondta, mi volt a három szám. Hogyan?

Beküldési határidő: 2015.03.31.

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.