



Kombinatorikai feladatok

A kombinatorika mint tudomány, a matematika egyik ága. Mivel foglalkozik a kombinatorika? Leegyszerűsítve azt mondhatnánk, hogy különböző összeszámlálási feladatokkal, például sorbarendezési problémákkal (hányféleképpen lehet dolgokat sorrendbe állítani), kiválasztási feladatokkal (hányféleképpen lehet kiválasztani bizonyos dolgok közül néhányat) és sok egyéb érdekes feladattal.

A következő feladatsor ebbe a világba enged kicsit betekinteni. Jó munkát, jó szórakozást kívánunk hozzá!

Mintapéldák

1. Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, melyben a számjegyek összege 3?

Megoldás: Írjuk fel 3-at négy számjegy összegeként, és képezzünk ezekből a számjegyekből négyjegyű pozitív egész számokat!

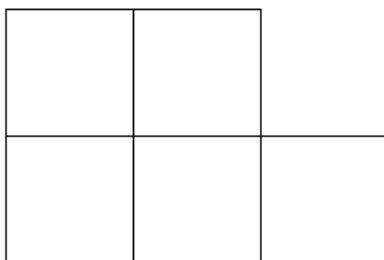
	<i>Képezhető négyjegyű számok</i>
$3=3+0+0+0$	3000
$3=2+1+0+0$	2100, 2010, 2001, 1200, 1020, 1002
$3=1+1+1+0$	1110, 1101, 1011

Látható, hogy összesen $1+6+3=10$ db szám felel meg a feltételeknek.

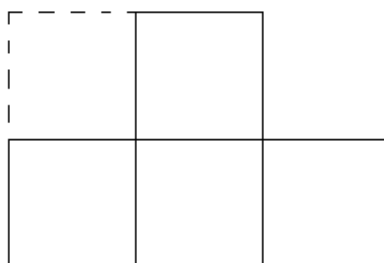
2. Egy 8 személyes evezős csónakban az 1., 3., 5., 6. és 7. számozott helyen ülő csapattagok mindig ugyanarra a helyre ülnek, míg a többiek változtatják számozott helyüket. Hány különböző sorrendben ülhet a 8 csapattag az 1-től 8-ig számozott helyeken?

Megoldás: Három csapattag változtathatja a helyét, ők csak a 2., 4. és 8. helyen ülhetnek a csónakban. A 2. helyre bármelyikük leülhet, ez 3 lehetőség. Akármelyikük is foglalta el a 2. helyet, a másik két csapattag a megmaradó 4. és 8. helyen 2-féleképpen osztozkodhat. Így a három helyre ők 6 féleképpen ülhetnek le, tehát a 8 csapattag is 6 féle sorrendben foglalhat helyet a csónakban.

3. Az ábrán látható öt egybevágó négyzet oldalait gyufaszálak alkotják. Vegyél el három gyufaszálat úgy, hogy csak három négyzet maradjon, s minden megmaradt gyufaszál valamelyik négyzet oldalán legyen!



Megoldás: Ha az ábrán szaggatott vonalak helyén álló három gyufaszálat vesszük el, akkor a lent látható három négyzet marad és minden megmaradt gyufaszál valamelyik négyzet oldalán található:



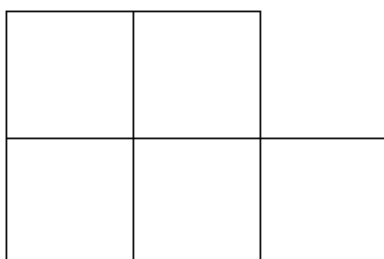
4. Hány olyan kétjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek szorzata legfeljebb 3?

Megoldás: A keresett kétjegyű számok számjegyeinek szorzata legfeljebb 3, azaz 3, 2, 1, vagy 0 lehet. Két számjegy szorzata 3, 2, vagy 1 csak egyféleképpen lehet, ha a 3, a 2, az 1 mellé másik két tényezőnek az 1-et választjuk (1·3, 1·2, 1·1). Az első kettőből –mivel a számjegyek különbözőek- 2-2 kétjegyű szám képezhető (13, 31, 12, 21), míg a két egyesből csak egy (a 11). A kétjegyű szám számjegyeinek szorzata csak akkor lehet 0, ha az egyes helyiértéken 0 áll. Ilyen számból 9 van (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90).

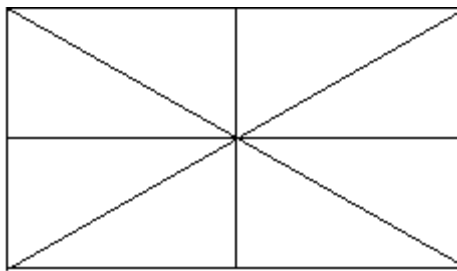
Összesen tehát $2+2+1+9=14$ olyan kétjegyű szám van, amelyben a számjegyek szorzata legfeljebb 3.

Gyakorló feladatok

1. Az alábbi ábrából vegyél el öt gyufaszálat úgy, hogy csak három négyzet maradjon, s minden megmaradt gyufaszál valamelyik négyzet oldalán legyen!



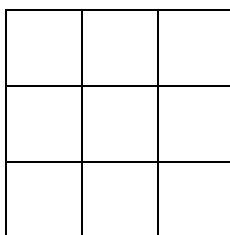
2. Hány háromszög látható az ábrán?



3. A 2010 olyan négyjegyű pozitív egész szám, amelyre igaz, hogy az első két számjegyének összege kétszerese az utolsó két számjegy összegének. Hány ilyen négyjegyű szám van?
4. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek összege 7, szorzata pedig 0?

Kitűzött feladatok

1. Hány olyan ötjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek összege 3?
2. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, melyet visszafelé olvasva páros számot kapunk?
3. Az ábra legyen az, ami a 3. megoldott feladatban szerepel. Vegyél el
 - a) két;
 - b) négy;gyufaszálat úgy, hogy csak három négyzet maradjon, s minden megmaradt gyufaszál valamelyik négyzet oldalán legyen!
4. Szírozzatok be két kis négyzetet az összes lehetséges módon a mellékelt 3×3 -s négyzetben! (Két színezést nem tekintünk különbözőnek, ha az egyikből megkaphatjuk a másikat a négyzet forgatásával.) Hány különböző szírozás lehetséges?



Beküldési határidő:

2016.04. 07.

Postai cím:

Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

Összeállította: Merényi Imre