Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 – 077; 27-412-077; 30-332-4264
WEB: http://boronkay.hu e-mail: boronkay@boronkay.hu

Levelező Matematika Szakkör **2024/2025. 3. feladatsor**
5.-6. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Mennyi az ötjegyű pontoskodó számok összege?

Megoldás:

Az ötjegyű pontoskodó számokban a következő számjegyek szerepelhetnek:

- öt darab 5-ös számjegy, ebben az esetben az egyetlen szám az 55555;
- egy darab 1-es és négy darab 4-es számjegy, az ilyen típusú pontoskodó számok: 14444; 41444; 44144; 44414 és 44441;
- két darab 2-es és három darab 3-as számjegy, ezek a számok: 22333; 23233; 23323; 23332; 32233; 32323; 32332; 33223; 33232; 33322.

A fenti számokat összeadva, a kapott összeg: 533328.

2.) Hány olyan palindrom szám van, amely:

a) kétjegyű;
b) háromjegyű;
c) négyjegyű;
d) legalább 5000 és legfeljebb 9500?

Megoldás:

a) A kétjegyű palindrom számok: 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99. **Tehát kilenc darab kétjegyű palindrom szám van.**
b) A háromjegyű palindrom számok esetében a százasok helyére 9, míg a tízesek helyére 10 lehetőség közül választhatunk. Az egyesek helyén ugyanaz a számjegy szerepel, mint a százasok helyén. **Tehát $9 \cdot 10 = 90$ háromjegyű palindrom szám van.**
c) A négyjegyű palindrom számok esetében az ezresek és egyesek helyén ugyanaz a számjegy áll (9 lehetőség közül választhatunk), míg a százasok és tízesek helyén álló számjegyek is megegyeznek (10 lehetőség közül választhatunk). **Így összesen $9 \cdot 10 = 90$ négyjegyű palindrom szám van.**
d) Ha egy palindrom szám 5000 és 9000 közé esik, akkor az ezresek helyén az 5-ös, 6-os, 7-es és 8-as számjegyek közül választhatunk (4 lehetőség), az egyesek helyére is ugyanaz a számjegy kerül. A százas helyi értéken szereplő számjegy megegyezik a tízesek helyén lévővel, ezt 10-féleképpen választhatjuk ki. Tehát 5000 és 9000 között $4 \cdot 10 = 40$ palindrom szám van. A 9000 és 9500 közötti palindrom számok: 9009; 9119; 9229; 9339 és 9449. **Tehát 5000 és 9500 között összesen 45 palindrom szám van.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

3.) Hány olyan 5000-nél kisebb *púposkodó* páros szám van, amelyet ezres és százas kerekítés esetén is lefelé kerekítünk?

Megoldás:

Mivel a szám 5000-nél kisebb, ezért a következő esetek állnak fenn.
Amennyiben négyjegyű számról van szó, akkor az első számjegye legfeljebb 4 lehet, és mivel ezres és százas kerekítés esetén lefelé kerekítünk, ezért a százasok és tízesek helyiértékén is legfeljebb 4-es számjegy állhat. Viszont a százasok helyén 1-es számjegy nem állhat, mivel akkor nem bírunk a tízesek és egyesek helyére megfelelő számjegyeket elhelyezni.
Ha a százasok helyén 2-es van, akkor a négyjegyű szám 210-re végződik vagy 1-essel kezdődik. Ezek a számok 1230, 1234, 1236, 1238, 1240, 1246, 1248, 3210, 4210.
Ha a százasok helyén 3-as van, akkor a következő számok felelnek meg: 1320; 1340, 1342, 1346, 1348, 2310, 2340, 2346, 2348, 4310, 4320.
Ha a százasok helyén 4-es van, akkor a megfelelő számok a következők: 1420, 1430, 1432, 2410, 2430, 3410, 3420.
A fenti eseteket figyelembe véve következik, hogy $9+11+7=27$ *ilyen tulajdonságú négyjegyű szám van.*
A háromjegyű számok esetében is a százas, illetve tízes helyiértéken legfeljebb 4-es számjegy állhat. Ezek a számok csökkenő sorrendben a következők: 432; 430; 420; 410; 348; 346; 342; 340; 320; 310; 248; 246; 240; 238; 236; 234; 230; 210; 148; 146; 142; 140; 138; 136; 134; 132; 130; 128; 126; 124; 120. *Tehát 31 ilyen tulajdonsággal rendelkező háromjegyű púposkodó szám van.*
A kétjegyű számok esetében a tízes helyiértéken legfeljebb 4-es számjegy állhat. Ezek a számok csökkenő sorrendben a következők: 48; 46; 42; 40; 38; 36; 34; 32; 31; 28; 26; 24; 20; 18; 16; 14; 12; 10. *Tehát 18 ilyen tulajdonsággal rendelkező kétjegyű púposkodó szám van.*
Mivel az egyjegyű számok is megfelelnek a feltételeknek, ezért öt ilyen tulajdonságú egyjegyű púposkodó páros szám van, ezek a 0; 2; 4; 6; 8.
Tehát összesen $27+31+18+5=81$ ilyen tulajdonságú púposkodó szám van.

4.) Hány olyan ötjegyű *összeférhetetlen szám* van, amelynél az őt alkotó számjegyek szorzata páratlan?

Megoldás:

Ha a számot alkotó számjegyek szorzata páratlan, akkor a számot alkotó minden számjegy páratlan. Ugyanakkor csak két különböző számjegy közül választhatunk, egyikből három, a másikból két darab szerepel a szám felépítésében. **Így összesen $5\cdot4\cdot1\cdot1\cdot1=20$ olyan ötjegyű *összeférhetetlen szám* van, amelynél az őt alkotó számjegyek szorzata páratlan.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 – 077; 27-412-077; 30-332-4264
WEB: http://boronkay.hu e-mail: boronkay@boronkay.hu

MEGOLDÁSOK

1.) A 32 lapos magyarkártyacsomagból 2 lapot találomra kihúzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a makk király a 2 lap között lesz?

Megoldás:

Két lapot kihúzni 32 közül 496-féleképpen lehet.

(1-2; 1-3; 1-4; …; 1-32	31 db
2-3; 2-4; 2-5; ; 2-32	30 db
3-4; 3-5; 3-; ; 3-32	29 db
…	
31-32	1 db

Az első 31 természetes szám összegére ismert a $\frac{31 \cdot 32}{2} = 496$)

A makk király viszont 31 másik lappal állhat párban, így a keresett **valószínűség:** $\mathbf{\frac{31}{496} = 0,0625}$.

2.) Egy dobozban 3 piros, 2 fehér és 1 zöld golyó van. 3 golyót kihúzva közülük, mennyi annak a valószínűsége, hogy:

a) A három golyó egymás mellé téve a magyar trikolórt adja ki?

b) Nincs köztük zöld?

c) Az osztrák trikolórt tudjuk kirakni egymás mellé belőlük?

Megoldás:

a) Számozzuk meg a golyókat. Az első három legyen a 3 piros, a 4-es és 5-ös legyen a két fehér, a 6-os pedig a zöld. Ekkor a hat golyó közül hármat 20-féleképpen tudunk kiválasztani. (123; 124; 125; 126; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 235; 236; 245; 246; 256; 345; 346; 356; 456) Ekkor 6 lesz közülük olyan, amely a magyar trikolórt adja. (146; 156; 246; 256; 346; 356). **Így a keresett valószínűség:** $\mathbf{\frac{6}{20} = 0,3.}$

b) Az előzőek alapján a 6-ost nem tartalmazó kiválasztások a kedvezőek. Ezek száma 10, **így a keresett valószínűség:** $\mathbf{\frac{10}{20} = 0,5.}$

c) Itt a kedvező kiválasztások: 124; 125; 134; 135; 234; 235. **Így a keresett valószínűség:** $\mathbf{\frac{6}{20} = 0,3.}$

Készítette:
Cs. Nagy András

3.) Zita fogadást ajánlott Petinek. Azt mondta, hogy feldob három 10 Ft-os pénzdarabot a levegőbe, és ha mind fej lesz, vagy mind írás, akkor ő fizet 200 Ft-ot Petinek; ha pedig másképp esnek, akkor Peti fizet neki 100 Ft-ot. Mit tegyen Peti? Elfogadja-e vagy inkább utasítsa vissza a fogadást?

Megoldás:

A pénzérmék 8 féleképpen eshetnek le. (FFF; FFI; FIF; IFF; FII; IFI; IIF; III) Ebből 2 eset kedvező Petinek, 6 pedig kedvezőtlen. A valószínűség fogalma szerint átlagosan minden 8 játékból 2-szer Peti nyer összesen 400 Ft-ot és 6-szor veszít összesen 600 Ft-ot. **Ez Peti számára kedvezőtlen, így vissza kell utasítania a fogadást.**

4.) Két gyerek 2 dobókockával játszik. Az egyik dob, de a dobás után a pontokat eltakarja. A második megtippeli a pontszámok összegét. Ha eltalálja, 50 Ft-ot kap, ha nem találja el, 10 Ft-ot fizet. Ha Te lennél a találgató, akkor melyik számot mondanád?
Igazságosnak tartod-e az 1 : 5 nyerési arányt?

Megoldás:

A két dobókockával dobva 36-féle esemény következhet be, amelyből a 7-es összeg a leggyakoribb. Ez 6-szor következik be. **Ezért a 7-es számot célszerű mondani**, ugyanis ekkor találjuk el a legnagyobb valószínűséggel a dobott számok összegét.
A valószínűség fogalma szerint átlagosan minden 36 játékból 6-szor nyernénk 50 Ft-ot, összesen 300Ft-ot és 30-szor veszítenénk 10 Ft-ot, összesen 300 Ft-ot. **Ez igazságos, így az 1 : 5 nyerési arány is az.**

Készítette:
Cs. Nagy András