Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 – 077; 27-412-077; 30-332-4264
WEB: http://boronkay.hu **e-mail:** boronkay@boronkay.hu

Levelező Matematika Szakkör **2024/2025. 4. feladatsor**
5.-6. évfolyam

Kerület, terület, felszín, térfogat

A terület és kerület meghatározásának szükségessége már az ókorban felmerült. Az embereket ősidők óta foglalkoztatta a földbirtokok nagyságának kiszámítása, míg a földterületek elkerítése a kerületszámítás alapjait fektette le a gyakorlatban.

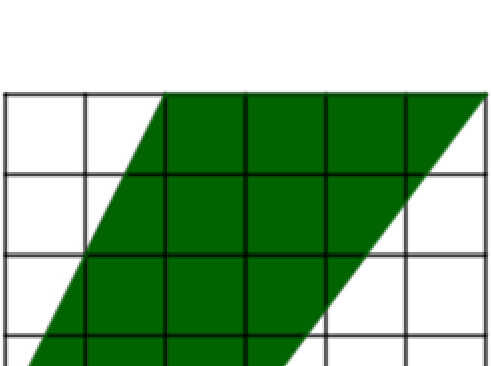
A területszámítás az egyik legősibb matematikai fogalom, amelyet nemcsak tanulmányoztak, hanem a mindennapi életben is alkalmaztak. Például a babilóniai matematikusok már Kr. e. 2000 körül képesek voltak meghatározni egy derékszögű háromszög, egy négyzet vagy egy téglalap területét. Hasonló számításokat végeztek az egyiptomiak is, akiknek erre nagy szükségük volt, hiszen a Nílus éves áradásai rendszeresen eltörölték a földbirtokok határait, így azokat újra kellett jelölniük. Kínában is ismerték és alkalmazták a területszámítási módszereket már a Kr. e. 2–1. században, mivel a gyakorlati élet megkívánta ezeket az eljárásokat.

Napjainkban, a technológia, a földrajz, a gazdaságtan és a geodézia fejlődésével egyre nagyobb hangsúlyt kap a kerület- és területszámítás gyakorlati felhasználása.

A testek felszínének és térfogatának vizsgálata számos gyakorlati kérdést vet fel, amelyekkel a mindennapi életben gyakran találkozunk. Például meg kell határoznunk, hogy mennyi festékre van szükség egy fal lefestéséhez, mennyi csomagolópapír kell egy ajándékdoboz bevonásához, vagy mekkora anyagmennyiség szükséges egy sátorponyva elkészítéséhez – ezek mind a felszínnel kapcsolatos számítások. Amikor pedig arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy adott tárgy mekkora helyet foglal el a térben, illetve mennyi folyadékot lehet benne tárolni, a térfogat és az űrtartalom meghatározása válik szükségessé.

Mintapéldák

1.) Jóska bácsi egy őstermelő, akinek a telkéről a földhivatal térképészei a következő vázlatot készítették. Jóska bácsi megmérte telkének párhuzamos oldalai közül a rövidebbet, ennek hosszúsága 219 m. Eltervezte, hogy földjén búzát fog termelni. A búza terméshozama hektáronként 6500 kg. Egy kg búzát 80 Ft-ért tud értékesíteni. A termelési költségek az eladási ár $\frac{1}{4}$ részét képezik.



a) Mekkora termésre számíthat Jóska bácsi?

b) Mennyi lesz a nyeresége a búza eladása után?

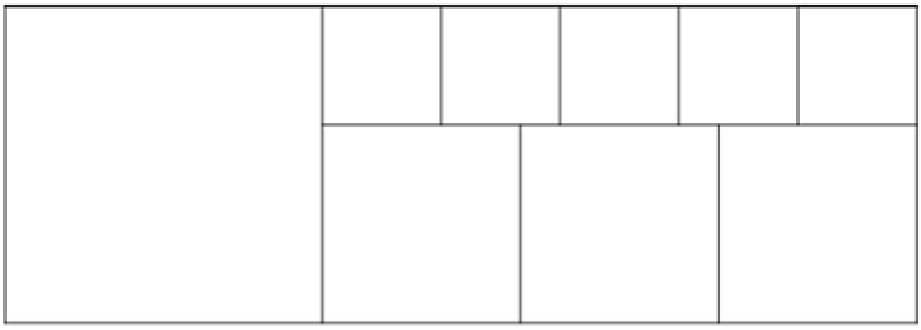
A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

Megoldás:

a) A Jóska bácsi által mért hosszúság a térképen szereplő egy négyzet oldalának a háromszorosát képezi. Tehát egy négyzet oldala $219:3 = 73$ m, területe pedig $73 \cdot 73 = 5329$ m^2. A térképen szereplő téglalap $6 \cdot 4 = 24$ négyzetből áll, amelyből le kell vonni a Jóska bácsi telkén kívül eső két háromszög területét. Ezek a háromszögek egy $2 \cdot 4 = 8$, illetve egy $3 \cdot 4 = 12$ négyzetből álló téglalap felét képezik, így a két háromszög összesen $8:2 + 12:2 = 10$ négyzetből áll. Tehát Jóska bácsi telke a térképen $24 - 10 = 14$ négyzetet jelent, amelynek területe $14 \cdot 5329 = 74606$ m^2, vagyis 7,4606 hektár. Mivel a búza terméshozama hektáronként 6500 kg, ezért **Jóska bácsi $\mathbf{7,4606 \cdot 6500 = 48\,493,9}$ kg termésre számíthat.**

b) A termést $80 \cdot 48\,493{,}9 = 3\,879\,512$ Ft-ért tudja értékesíteni. Mivel a termelési költségek ennek az $\frac{1}{4}$ részét képezik, a Jóska bácsi nyeresége a teljes bevétel $\frac{3}{4}$ része. **Tehát Jóska bácsinak $\mathbf{3\,879\,512:4 \cdot 3 = 2\,909\,634}$ forint nyeresége lesz a búza eladása után.**

2.) Pista bácsi téglalap alakú birtokának kerülete 2232 m. Birtokát az ábrán látható módon igyekezett „igazságosan” szétosztani a saját maga és gyerekei számára. A legnagyobb területű négyzet alakú telket a saját maga részére tartotta meg. Három fia a középső négyzetek közül kapott egyet-egyet. A legkisebb négyzet alakú telkeket a Pista bácsi öt lánya kapta.



a) Mekkorák a téglalap alakú birtok oldalai?

b) Mekkora területű földdarabot kapott egy lány?

c) A teljes birtok hányad részét kapta egy fiú?

Megoldás:

a) Amint a mellékelt ábrából kitűnik, az öt legkisebb négyzet oldalának hossza egyenlő a három középső négyzet oldalának hosszúságával. Ebben az esetben legegyszerűbb, ha a kis négyzetek egy oldalát 3 egységnek tekintjük. Így a középső négyzet egy oldalának hossza $(3 \cdot 5):3 = 5$ egység. Mivel a legnagyobb négyzet egy oldala egy kis meg egy középső négyzet oldalának összegével egyenlő, ezért ennek az oldalnak a hossza 8 egység. Tehát a telek hosszúsága $15 + 8 = 23$ egység, míg a szélessége 8 egység. Mindezeket figyelembe véve a birtok kerülete $2 \cdot 23 + 2 \cdot 8 = 62$ egység. Ebből következik, hogy egy egység hossza $2232:62 = 36$ m. **A téglalap alakú telek hosszúsága $\mathbf{23 \cdot 36 = 828}$ m, míg a szélessége $\mathbf{8 \cdot 36 = 288}$ m.**

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

b) Egy kis négyzet oldala $3 \cdot 36 = 108$ m, tehát **egy lány $\mathbf{108 \cdot 108 = 11664}$ m^2 területű földdarabot kapott.**

c) Ahhoz, hogy elkerüljük a nagy számokkal végzett műveleteket, egyszerűbb, ha az a) alpontban említett egységekben számolunk. Így egy középső négyzet területe $5 \cdot 5 = 25$ területegység, míg a teljes birtok területe $23 \cdot 8 = 184$ területegység. **Tehát egy fiú a teljes birtok $\mathbf{\frac{25}{184}}$ részét kapta.**

3.) Egy téglatest élei centiméterben mérve 1-nél nagyobb egész számok, térfogata 1638 cm^3. A téglatest egyik lapjának területe 91 cm^2. Számítsuk ki a téglatest felszínét!

Megoldás:

Mivel a téglatest élei centiméterben mérve 1-nél nagyobb egész számok, és egyik lapjának területe 91 cm^2, ezért ennek a lapnak az oldalai 13 cm és 7 cm hosszúak. A téglatest harmadik oldalának hossza $1638 : 91 = 18$ cm.
Tehát a téglatest felszíne $\mathbf{2 \cdot (13 \cdot 7 + 13 \cdot 18 + 7 \cdot 18) = 902}$ cm^2.

4.) Józsi bácsi bortárolás céljára egy bádoghordót készít. A hordót négyzetes oszlop alakúra tervezi, amelynek alapéle 4 m, magassága 3 m.

a) Hány hektoliter bor fér el ebben a hordóban, ha a tárolás szempontjait figyelembe véve csak a $\frac{7}{8}$ részéig töltheti meg?

b) Hány m^2 bádoglemezt kell beszereznie, ha a felhasznált mennyiség $\frac{1}{9}$ része hulladék?

Megoldás:

a) A bádoghordó térfogata $V = 4 \cdot 4 \cdot 3 = 48\ m^3$. Mivel a tárolás szempontjait figyelembe véve csak a $\frac{7}{8}$ részéig töltheti meg, ezért a hordóban $48 : 8 \cdot 7 = 42\ m^3$**, azaz 420 hektoliter bor tárolható.**

b) A hordó felszíne $A = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 4 \cdot 3 \cdot 4 = 80\ m^2$. Mivel a felhasznált anyag $\frac{1}{9}$ része hulladék, ezért a $80\ m^2$ az összes bádog $\frac{8}{9}$ részét képezi. **Tehát összesen $\mathbf{80 : 8 \cdot 9 = 90\ m^2}$ bádoglemezt kell beszereznie.**

Gyakorló feladatok

1.) Egy téglalap alakú kép hosszúsága a szélességének a háromszorosával egyenlő. Ezt a képet egy 6 cm széles képkeretbe helyezzük. A képkeret külső részének kerülete 192 cm.

a) Mekkorák a kép oldalai?

b) Mekkora a képkeret területe?

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

2.) Egy négyzet két párhuzamos oldalát 6 cm-rel, a másik két párhuzamos oldalát 4 cm-rel növelve egy olyan téglalapot kapunk, amelynek területe 164 cm^2-rel nagyobb az eredeti négyzet területénél.

a) Mekkora az eredeti négyzet egy oldala?

b) Mennyivel egyenlő a keletkezett téglalap kerülete és területe?

3.) Egy téglatest felszíne 392 cm^2. A téglatest hosszúsága 12 cm, szélessége 8 cm. Mennyivel egyenlő a téglatest térfogata?

4.) 8 cm^3 alakú kiskockákból 288 cm^3 térfogatú téglatesteket alkotunk.

a) Mennyivel egyenlő a kiskocka egy éle?

b) Mekkorák lehetnek a keletkezett téglatest élei? Soroljuk fel az összes lehetőséget!

c) Számítsuk ki a legnagyobb és legkisebb felszínű téglatestek térfogatának különbségét!

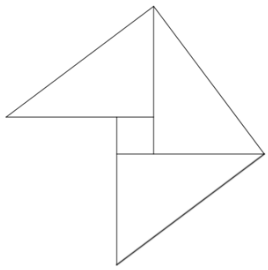
Kitűzött feladatok

1.) Béla bácsi kertje téglalap alakú, melynek kerülete 204 m. A kert hosszúsága 18 m-rel nagyobb a szélessége kétszeresénél. A kert egy negyed részébe zöldséget ültetett, a maradék terület kétharmad részébe gyümölcsfákat telepített. A szabadon maradt területet befüvesítette.

a) Mekkorák a kert oldalai?

b) Hány m^2 a befüvesített terület?

2.) Az ábrán látható sokszög három egybevágó derékszögű háromszögből és egy négyszögből áll. A derékszögű háromszög oldalainak hosszúsága 12 cm, 16 cm és 20 cm.



a) Mekkora a sokszög területe?

b) Mekkora a sokszög kerülete?

3.) Egy téglatest térfogata 48 cm^3, élei centiméterben mérve egész számok.

a) Mekkorák lehetnek a téglatest élei? Soroljuk fel az összes lehetőséget!

b) Számítsuk ki a legnagyobb térfogatú test térfogatát!

c) Számítsuk ki a legkisebb felszínű test felszínét!

4.) Egy téglatest szélessége 2 m. A hosszúságát 5 m-rel növelve a térfogata 30 m^3-rel növekszik. Mekkora a téglatest magassága?

Beküldési határidő:	**2025.03.06.**
Postai cím:	Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ 2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 – 077; 27-412-077; 30-332-4264
WEB: http://boronkay.hu **e-mail:** boronkay@boronkay.hu

Szöveges feladatok

A valós életben felmerülő problémákat a matematika nyelvén próbáljuk megoldani. Az erre szükséges készségek kialakításához a szöveges példák megoldásán keresztül vezet az út. korábban már többféle módot mutattunk a lehetséges megoldási módokra, most azonban az általános módszerre mutatunk példákat. Ez pedig nem más, mint a szöveges feladatokra modellezése egyenlet segítségével.

Itt most csak egyszerű, és egyszerűen is megoldható egyenleteket mutatunk be, hogy a módszeren legyen a hangsúly. A középiskolában az egyenletek fokozatosan nehezebbek lesznek, de a módszer nem változik. Az egyenletek felírása előtt nagyon pontosan meg kell fogalmazni, hogy mi az az ismeretlen, amit az egyenlet változójával fogunk helyettesíteni. A feladat megoldása végén pedig szükséges az eredeti szövegben elvégezni az ellenőrzést.

Mintapéldák

1.) Egy welnessszállóban 169 férőhely van 53 szobában. Kétféle szobát lehet foglalni, 2-ágyas szobát pároknak, illetve 5-ágyas családi szobát. Hány szoba van a kétféle lehetőségből külön-külön?

Megoldás:

Jelöljük a kétágyas szobák számát *x*-szel. Ekkor az ezekben lévő férőhelyek száma 2*x*. A családi szobák száma $53 - x$ lesz. Ekkor itt a férőhelyek száma $5 \cdot (53 - x)$. Felírhatjuk a következő egyenletet:

$$2x + 5(53 - x) = 169$$
$$2x + 265 - 5x = 169$$
$$-3x + 265 = 169$$
$$-3x = -96$$
$$x = 32$$

Tehát 32 darab 2-ágyas és 21 db 5-ágyas szoba van. (64 + 105 = 169 férőhellyel.)

2.) Egy 2000 méter hosszú ellipszis alakú gyaloglópálya startpontjától egyszerre indul el két gyalogló ellentétes irányban. Az egyik 6 km/h, a másik 8 km/h sebességgel. Hány másodperc múlva találkoznak?

<u>*Megoldás*</u>:

Először váltsuk át a sebességet m/s -ra. (A váltószám 3,6) Az első gyalogló sebessége $\frac{5}{3}$ m/s, a másodiké $\frac{20}{9}$ m/s. Jelöljük *x*-szel a találkozásig eltelt időt. Ekkor az első gyalogló x másodperc alatt $\frac{5}{3}x$, a második pedig $\frac{20}{9}x$ utat tesz meg. Ekkor felírhatjuk az alábbi egyenletet:

$$\frac{5}{3}x + \frac{20}{9}x = 2000$$
$$\frac{15}{9}x + \frac{20}{9}x = 2000$$
$$\frac{35}{9}x = 2000$$
$$35x = 18\,000$$
$$x = 514{,}29$$

Így a két gyalogló kb. 514 másodperc múlva találkozik. (Az első gyalogló kb 857 métert, a második pedig kb 1143 métert tesz meg, ezek összege valóban 2000 méter.)

3.) Egy gyárban két munkás vállalja, hogy együttes munkával 8 nap alatt elkészít egy munkagépet. Tudják-e vállalásukat teljesíteni, ha külön-külön dolgozva az egyik munkás 10 nap alatt, a másik 15 nap alatt készülne el vele?

<u>*Megoldás*</u>:

Nézzük meg, hogy az elvégzendő munkának hányadrészét tudják elvégezni egy nap alatt. (Az elvégzendő munkát tekintsük 1-nek.) Az első munkás 10 nap alatt végezne a munkával, így egy nap alatt a munka $\frac{1}{10}$ -ed részét végzi el. A második pedig az $\frac{1}{15}$ -ét. Ketten együtt a munka $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30}$ -át végeznék el.
x nap alatt $\frac{5}{30} \cdot x$ munkát végeznek el. Ha felírjuk a z alábbi egyenletet, akkor megkapjuk, hogy az 1 egységnyinek tekintett munkát hány nap alatt fejezik be.

$$\frac{5}{30} \cdot x = 1$$

Ennek megoldása: $x = 6$, azaz hat nap alatt végeznének együtt, így 8 nap alatt tényleg el tudják készíteni a munkagépet.

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András

4.) A tengerek sótartalma nagyon változó. A Balti-tenger sótartalma kb 2%, ami azt jelenti, hogy 1 liter tengervízben 2 dkg só van. Ennél sokkal sósabb a Holt-tenger, amiben már 25 dkg só van literenként. A kétféle tengervízből összeöntöttünk egy tartályban 500 litert és azt mértük, hogy a keverék 15,8%-os sótartalmú lett. Mennyit vettünk külön-külön az egyes vízfajtákból?

Megoldás:

Készítsünk egy táblázatot a jobb átláthatóság kedvéért. Jelöljük x -szel a kisebb sótartalmú vízből vett minta űrmétékét.

	Oldat	Töménység	Oldott anyag
„Balti" víz	x	2%	0,02x
„Holt" víz	500 - x	25%	0,25·(500 - x)
Keverék	500	15,8%	0,158·500

Mivel a keverékben az oldott anyag összeadódik, ezért felírható a következő egyenlet:

$$0{,}02x + 0{,}25(500 - x) = 0{,}158 \cdot 500$$
$$0{,}02x + 125 - 0{,}25x = 79$$
$$-0{,}23x = -46$$
$$x = 200$$

Így 200 liter „Balti" víz és 300 liter „Holt" víz kell a keverékhez.

Gyakorló feladatok

1.) Egy rezervátumban emuk és okapik élnek. Összesen 36 fejük és 96 lábuk van. Hány emu és hány okapi van a rezervátumban?

2.) Egy 2000 méter hosszú ellipszis alakú gyaloglópálya startpontjától egyszerre indul el két gyalogló azonos irányban. Az egyik 6 km/h, a másik 10 km/h sebességgel. Hány perc múlva körözi le a második az elsőt?

3.) Egy apa 1 óra 20 perc alatt, felesége 2 óra 40 perc alatt, kisfia 5 óra 20 perc alatt vágja le a kertben a füvet. Mennyi idő alatt készülnek el együtt?

4.) A bronz a vörösréz és az ón ötvözete. A két anyagot többféle arányban is ötvözhetjük. Vegyünk kétfélét ezek közül. Az érembronzban 5% az óntartalom, a harangbronzban 14%. Hány % lesz az óntartalma annak a bronz ötvözetnek, amelyben az érembronzból 4 kg-ot, a harangbronzból pedig 6 kg-t ötvözünk össze?

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András

Kitűzött feladatok

1.) Tűzokádófalván sárkányok élnek. Vannak köztük hétfejű sárkányok 4 lábbal és kicsit fejletlenek három fejjel és két lábbal. Sákányölő Sebestyén megszámolta, hogy összesen 75 fejük és 46 lábuk van. Hány sárkány él a kétféle típusból?

2.) Egy 99 km/h sebességgel haladó személygépkocsi 9 óra 53 perckor érkezik meg a célállomásra, míg a 63 km/h sebességgel haladó tehergépkocsi ugyanazon az útvonalon haladva 11 óra 11 perckor érkezik meg ugyanoda. Hány kilométerrel a cél előtt előzte meg a személyautó a teherautót?

3.) Egy úszómedencébe 3 cső torkollik. Az első kettőn a medencébe befolyik a víz, a harmadikon kifolyik belőle. Egyedül az első csövön keresztül a medence 2 óra alatt telik meg, a másodikon keresztül 5 óra alatt, a tele medencéből pedig a harmadik csövön át 10 óra alatt tud kifolyni az összes víz. Mennyi idő alatt telik meg a medence, ha egyszerre mind a három csövet együttesen működtetjük?

4.) Az osztályfarsangra narancslét készítünk. A boltban 25%-os narancslét és egy másik töményebb narancsnektárt árulnak. Mi 30 liter 40%-os narancsitalt kevertünk belőlük úgy, hogy a narancsléből 10 litert vettünk. Hány %-os volt a narancsnektár?

Beküldési határidő: **2025.03.06.**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András