

**Váci SZC Boronkay György**  
**Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: [boronkay@boronkay.hu](mailto:boronkay@boronkay.hu)



*Levelező Matematika Szakkör*

2024/2025. 2. feladatsor  
5.-6. évfolyam

### **Szöveges feladatok megoldása**

A matematikában nagyon gyakran találkozunk szöveges feladatokkal. Ezekben a feladatokban egy vagy több ismeretlen mennyiség szerepel, ezeknek a mennyiségeknek a meghatározása képezi a feladat megoldását. A szöveges feladatok megoldására többféle módszer létezik, ezek közül fogunk néhányat megemlíteni. A legtöbb szöveges feladat több módszerrel is megoldható, ezek közül mindig azt válasszuk, amelyikkel az illető feladat a legkönnyebben kezelhető. Ilyen módszerek az ábrázolás módszere, a mérleg használata, a fordított út módszere, a hamis feltételezések módszere, az egyenletek felírása.

#### **Mintapéldák**

- 1.) János bácsi tanyáján tyúkok, libák, kacsák és pulykák vannak. A tyúkok száma fele, a libák száma  $\frac{1}{3}$  része, a kacsák száma pedig  $\frac{1}{4}$  része a többi fajta baromfi számának. Határozzuk meg az udvaron lévő baromfi számát, ha tudjuk, hogy 390 pulyka van!

#### **Megoldás:**

Próbáljuk meghatározni, hogy a különböző szárnyasok az összes baromfi hányad részét képezik! Mivel a tyúkok száma fele a többi baromfi számának, ezért a tyúkok és a többi baromfi aránya 1:2. Tehát a teljes baromfiállomány  $\frac{1}{3}$  részét a tyúkok alkotják. Hasonlóan okoskodva a teljes baromfiállomány  $\frac{1}{4}$  részét a libák,  $\frac{1}{5}$  részét pedig a kacsák alkotják. Tehát a tyúkok, libák és kacsák összesen a teljes baromfiállomány  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$  részét képezik. Ebből következik, hogy a 390 pulyka az összes baromfi számának a  $\frac{60}{60} - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$  része. Következik, hogy az udvaron összesen  $390 : \frac{13}{60} = 1800$  baromfi van.

- 2.) Három ceruzaért, két radírért és négy füzetért 1070 forintot fizettünk. Egy ceruza, négy radír és két füzet 690 forintba kerül. Tudjuk továbbá, hogy három ceruza, két radír és két füzet 770 forint. Mennyibe kerül egy ceruza, egy radír és egy füzet külön-külön?

A feladatsort összeállította:  
Dr. Fülöp Zsolt

Megoldás:

Rajzoljuk meg a következő mérlegeket:

$$(1) \quad C + C + C + R + R + F + F + F + F = 1070$$

$$(2) \quad C + R + R + R + R + F + F = 690$$

$$(3) \quad C + C + C + R + R + F + F = 770$$

Látható, hogy ebben az esetben a jobb oldali serpenyőkben nem mérősúlyok, hanem az illető tárgyak értékét kifejező pénzösszegek állnak (mivel a feladatban nem a tárgyak tömege, hanem értéke szerepel).

Az (1) és (3) mérlegek tartalmát összehasonlítva láthatjuk, hogy két füzet ára az  $1070 - 770 = 300$  különbséggel egyenlő. Tehát egy füzet ára  $300:2 = 150$  forint. Ezt figyelembe véve rajzoljuk újra az (1) és (2) mérlegek tartalmát, eltávolítva a serpenyőkből a füzetek értékét:

$$(1) \quad C + C + C + R + R = 470$$

$$(2) \quad C + R + R + R + R = 390$$

Most duplázzuk meg az (1) mérleg mindkét serpenyőjének tartalmát, majd hasonlítsuk össze a (2) mérleg tartalmával:

$$(1) \quad C + C + C + C + C + C + R + R + R + R = 940$$

$$(2) \quad C + R + R + R + R = 390$$

A (2) mérleg tartalmát figyelembe véve látható, hogy az (1) mérleg bal oldali serpenyőjéből egy ceruzát és négy radírt, míg a jobb oldali serpenyőből 390 forintot eltávolítva a következőket kapjuk:

$$C + C + C + C + C = 550$$

Tehát egy ceruza ára 110 forint. A radír árát könnyen megkaphatjuk, ha például a (2) mérleg bal oldali serpenyőjéből a ceruzát, a jobb oldali serpenyőből pedig ennek az értékét (110 forint) távolítjuk el:

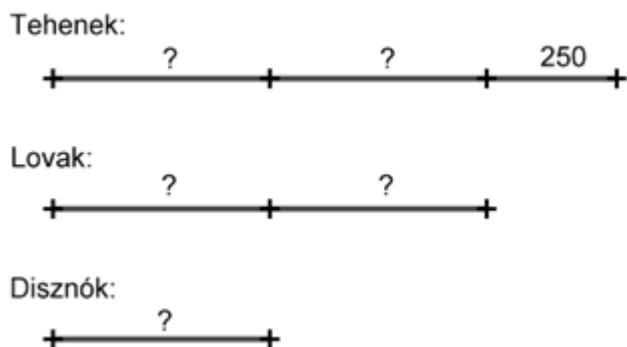
$$R + R + R + R = 280$$

Tehát egy radír  $280:4 = 70$  forintba kerül.

- 3.) Egy farmon tehének, lovak és disznók vannak, összesen 1000 állat. Ha még hoznánk 80 lovat és eladnánk 30 disznót, akkor a tehének száma 250-nel lenne több a lovak számánál és kétszer annyi ló lenne, mint disznó. Hány tehén, ló, illetve disznó van a farmon külön-külön?

Megoldás:

Kezdetben hozzunk még 80 lovat és adjunk el 30 disznót, így a farmon összesen  $1000 + 80 - 30 = 1050$  állat lesz. Ezáltal a tehének száma 250-nel több a lovak számánál és kétszer annyi ló van, mint disznó. Tehát elkészíthetjük a következő ábrát:



Az ábra alapján egy ismeretlen szakaszra  $(1050 - 250) : 5 = 160$  kerül. Tehát az ábra szerint a disznók száma 160, a lovak száma  $2 \cdot 160 = 320$ , míg a tehenek száma  $2 \cdot 160 + 250 = 570$ . Viszont az ábra készítése előtt gondolatban még hoztunk 80 lovat és eladtunk 30 disznót. Tehát valójában a tehenek száma 570, a lovak száma  $320 - 80 = 240$ , míg a disznóké  $160 + 30 = 190$ .

- 4.) Két könyvespolcon könyvek vannak, a másodikon háromszor annyi, mint az elsón. Ha a másodikról elveszünk 39 könyvet, az elsőre pedig felteszünk még 30 könyvet, akkor a másodikon kétszer annyi könyv lesz, mint az elsón. Hány könyv van a két könyvespolcon külön-külön?

Megoldás:

A megoldás során két feltételezésből keresünk összefüggéseket a hiba alakulására vonatkozóan. A gondolatmenetet a következő táblázatban foglaltuk össze.

	első polc (kezdetben)	második polc (kezdetben)	első polc (végül)	második polc (végül)	hiba
1. felt.	20	$3 \cdot 20 = 60$	$20 + 30 = 50$	$60 - 39 = 21$	$2 \cdot 50 - 21 = 79$
2. felt.	21	$3 \cdot 21 = 63$	$21 + 30 = 51$	$63 - 39 = 24$	$2 \cdot 51 - 24 = 78$
Megoldás	99	$3 \cdot 99 = 297$	$99 + 30 = 129$	$297 - 39 = 258$	$2 \cdot 129 - 258 = 0$

A hiba kiszámításánál a végső helyzetből indultunk ki. Az első polc tartalmának a kétszereséből kivontuk a második polc tartalmát, így következtettünk a feltételezés hibájára. A feltételezések során azt a következtetést vontuk le, hogy az első polc tartalmát eggyel növelve a feltételezés hibája eggyel csökken. Mivel az első feltételezésnél a hiba 79 volt, ezért 79 lépésben kell csökkentenünk a hibát 0-ra. A 20-ból 79-et lépve a 99-re érünk. Az utolsó sor ezt ellenőrzi le. Az első polcon tehát 99, a másodikon 297 könyv volt.

**Gyakorló feladatok**

- 1.) Bontsuk fel a 756-ot négy szám összegére úgy, hogy ha az első számhoz hozzáadunk 5-öt, a második számból elveszünk 5-öt, a harmadik számot megszorozzuk 5-tel, a negyedik számot pedig 5-tel osztjuk, akkor ugyanazt a számot kapjuk!
- 2.) Pista bácsi tanyáján kacsák, libák és tyúkok vannak. A tyúkok száma az összes szárnyas számának a felénél 48-cal több. A kacsák száma a tyúkok számának harmadánál 12-vel kevesebb. A libák száma 8-cal több, mint a tyúkok számának a fele. Hány tyúk, kacska, illetve liba van külön-külön a baromfiudvarban?
- 3.) András matematika feladatokat old meg. Eltervezte, hogy naponta hány feladatot old meg, így 40 nap alatt végezne. Viszont ha naponta 6-tal több feladatot oldana meg, akkor 30 nap alatt végezne. Hány feladatot kell megoldania Andrásnak?
- 4.) Adott egy kétkarú mérleg és négyféle test: gömb, kocka, henger és kúp. Mérlegre helyezve ezek a következőképpen egyensúlyozzák ki egymást:

$2 \text{ henger} + 1 \text{ gömb} = 3 \text{ kocka} + 2 \text{ kúp}$

$6 \text{ gömb} = 1 \text{ kúp} + 1 \text{ henger} + 1 \text{ kocka}$

$1 \text{ henger} + 1 \text{ kúp} = 2 \text{ gömb} + 1 \text{ kocka}$

Határozzuk meg, hogy négy kúpot mivel lehet kiegyensúlyozni (testeket nem vághatunk szét)? Keressünk minél több lehetőséget!

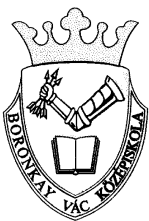
### Kitűzött feladatok

- 1.) Egy pohár és egy üveg együttes tömege egy köcsög tömegével egyenlő. Két üveg és négy pohár együttes tömege három köcsög tömegével egyenlő. Hány pohárral egyensúlyozhatunk ki egy üveget? Hát egy köcsögöt?
- 2.) Három lakótelepen összesen 1750 lakos élt. Az első lakótelepről elköltözött 70 lakos, a második lakótelepre pedig költözött még 70 lakos. A harmadik lakótelepen a lakosok száma megháromszorozódott, így most mindhárom lakótelepen ugyanannyi lakos él. Hány lakos élt kezdetben az egyes lakótelepeken külön-külön?
- 3.) Julcsi néni kosarában 5-ször több szilva van, mint alma. Ha beletesz még 2 almát és kivesz 14 szilvát, a kosárban 3-szor több szilva lesz, mint alma. Hány szilva és hány alma volt eredetileg a kosárban?
- 4.) János gazda a piacon libatojásokat és tyúktojásokat árul. Egy libatojás 130 forintba, egy tyúktojás 50 forintba kerül. Egy vevő 80 tojást akart venni, darabjáért 98 forintot volt hajlandó fizetni. A vásárt megkötötték, mégpedig úgy, hogy a vevő és az eladó igénye is teljesüljön. Hány tyúktojás és hány libatojás került a vevő kosarába, külön-külön?

Beküldési határidő: **2024.12.16**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ  
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:  
Dr. Fülöp Zsolt



**Váci SZC Boronkay György**  
**Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: [boronkay@boronkay.hu](mailto:boronkay@boronkay.hu)



Levelező Matematika Szakkör

2024/2025. 2. feladatsor  
7.-8. évfolyam

### Síkidomok felosztása részekre

Az örökségi szerződés végrehajtásakor, telekvásárláskor végzett földmérő mérnöki munka olyan geometriai feladatokon alapul, amelyeken most és a következő feladatlapon is találkozol.

Itt most jórészt egyenesvonalú síkidomok – úgynevezett poligonok - egyenlő területű részekre osztásáról lesz szó, betartva bizonyos feltételeket. (Ilyen például az egybevágóság. Olyan idomokat nevezünk egybevágóknak, amelyek egymásra helyezve kölcsönösen fedik egymást.)

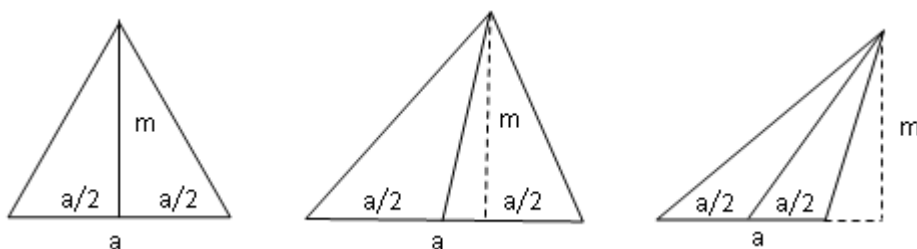
Az itt található feladatok egy részének megoldása nem egyértelmű, azaz többféle jó megoldása is létezik.

#### Mintapéldák

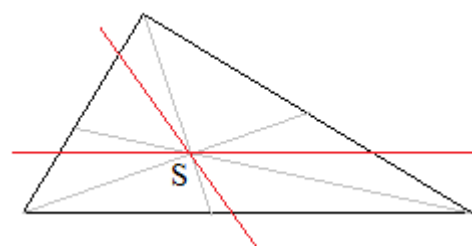
- 1.) Egy háromszöget egy egyenessel bontsunk fel két egyenlő területű részre!

##### Megoldás:

Ha a háromszög egyenlőszárú, akkor egy szimmetriatengely megoldást jelent. Az általános esetben is ez segít megoldást találni. Egy csúcstól a vele szemben levő oldal felezőpontjával összekötve elérjük célunkat. (Ezt a vonalat a háromszög súlyvonalának nevezzük,) Ekkor a két háromszögnek mindig lesz egy-egy azonos nagyságú oldala és megegyezik az ehhez tartozó magasság is, tehát azonos a területük.



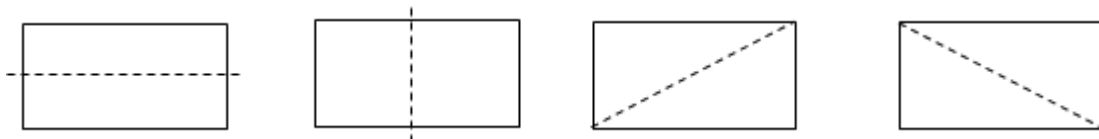
Persze, más megoldás is van. Például egy háromszöget az egyik oldalával párhuzamos egyenessel is két egyenlő területű részre bonthatunk. Sőt általában akkor is egyenlő területű részeket kaphatunk, ha a három súlyvonal metszéspontján, azaz a súlyponton áthaladó bármely egyenessel vágjuk két részre.



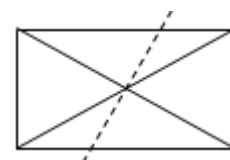
A feladatsort összeállította:  
Cs. Nagy András

2.) Adott egy téglalap. Egy egyenessel vágjuk két egyenlő területű részre!

Megoldás:



Pedig van más is! Minden olyan egyenessel két egybevágó részre lehet bontani a téglalapot, amely átmegy az átlók felezési pontján.

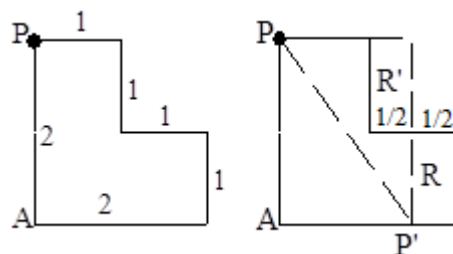


3.) Vágd ketté az alakzatot egyetlen, P-ből induló egyenessel két egyenlő területű részre!

Megoldás:

A jobb oldali ábra már a megoldást mutatja:

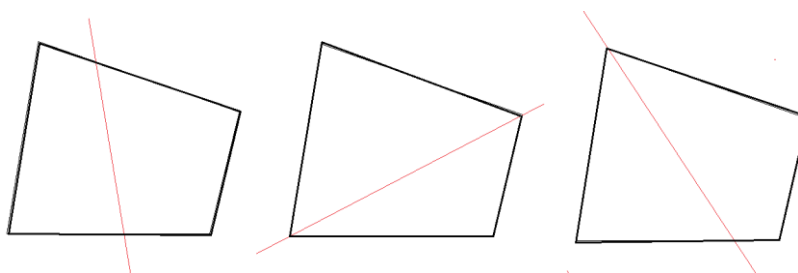
Az R téglalapot áthelyezzük R'-re és az átlós PP' vonal lesz a kívánt egyenes. Az áthelyezés nem változtatja a területeket. A PAP' háromszög területe az eredeti síkidom területének fele, ezért nyilvánvalóan a maradék pedig szintén a fele lesz.



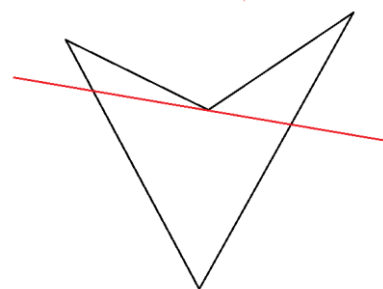
4.) Rajzolj egy olyan négyszöget, amelyet egy egyenessel 3 db háromszögre fel lehet osztani! (Nem biztos, hogy egyenlő területűek lesznek a részek.)

Megoldás:

Elsőre azt gondolhatnánk, hogy a megoldás nem létezik, hiszen bárhogy próbálkozunk, csak két alakzatot kapunk az egyenes két oldalán:



Ez mindaddig így van, ameddig nem gondolunk arra, hogy léteznek konkáv négyszögek is. Ekkor már tudunk megoldást adni:

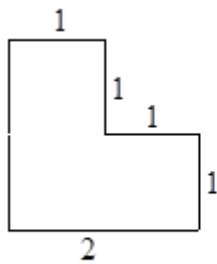


## Gyakorló feladatok

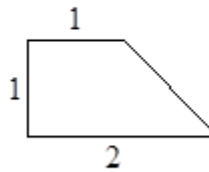
- 1.) Oszd fel a szabályos hatszöget 3 egyenes szakasszal 3 egybevágó négyszögre!
- 2.) Vágj szét egy téglalapot 5 téglalagra úgy, hogy semelyik két szomszédos téglalap együtt ne alkosson téglalapot!
- 3.) Egy kört bontsunk fel két egyenlő területű részre! Keress több megoldást is!
- 4.) Egy négyzet alapú tortát 3 vágással darabolj fel úgy, hogy akár 3, akár 4 gyerek között egyenlő részben lehessen szétosztani!

## Kitűzött feladatok

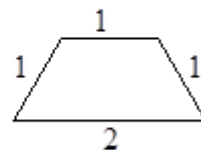
- 1.) Vágj szét egy téglalapot 6, ill. 7 téglalagra úgy, hogy semelyik két szomszédos téglalap együtt ne alkosson téglalapot!
- 2.) Az alábbi síkidomokat vágd szét 4 db egybevágó részre!



a)

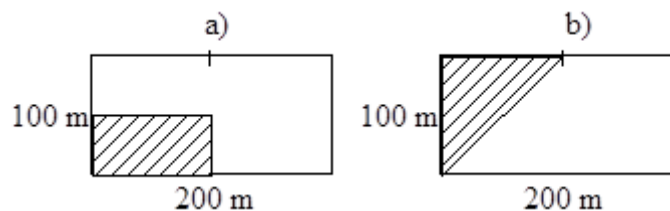


b)



c)

- 3.) Téglalap alakú szántóföldön téglalap alakú mocsaras terület helyezkedik el. Két testvér szeretne osztozni a területen úgy, hogy mindkettőjüknek a szántóból és a mocsárból is egyenlő rész jusson. Hogyan tudják ezt megtenni egyetlen egyenes kerítés felhúzásával?
- 4.) Egy 200 m x 100 m nagyságú, téglalap alakú földterületről úgy végrendelkezett a családfő, hogy abból először az özvegye jelölje ki a saját részét, majd a megmaradt területet az özvegy ossza fel a 4 gyerek részére úgy, hogy mindegyik **egybevágó** területrészeket kapjon. Az özvegy a fenti 2 vázlattal kezdte a felosztást (saját részét be-vonalkázva). Hogyan fejezte be a maradék területek negyedelését?



Beküldési határidő:

**2024.12.16**

Postai cím:

Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ  
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:  
Cs. Nagy András